

解の支配領域の自己制御による進化型多数目的最適化：

多数目的 0/1 ナップザック問題における性能検証と挙動解析

Many-objective Evolutionary Optimization by Self-Controlling Dominance Area of Solutions :

Performance Verification and Analysis in Many-objective 0/1 Knapsack Problems

佐藤 寛之

Hiroyuki Sato

電気通信大学情報理工学部

Faculty of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

sato@hc.uec.ac.jp

エルナン アギレ

Hernán E. Aguirre

信州大学国際若手研究者育成拠点

International Young Researcher Empowerment Center, Shinshu University

ahernan@shinshu-u.ac.jp

田中 清

Kiyoshi Tanaka

信州大学工学部

Faculty of Engineering, Shinshu University

ktanaka@shinshu-u.ac.jp

keywords: many-objective optimization, multi-objective evolutionary algorithms, self-controlling dominance area of solutions, many-objective 0/1 knapsack problem,

Summary

Controlling dominance area of solutions (CDAS) relaxes the concepts of Pareto dominance with an user-defined parameter S . This method enhances the search performance of dominance-based MOEA in many-objective optimization problems (MaOPs). However, to bring out desirable search performance, we have to experimentally find out S that controls dominance areas appropriately. Also, there is a tendency to deteriorate the diversity of solutions obtained by CDAS when we decrease S from 0.5. To solve these problems, in this work, we propose a modification of CDAS called self-controlling dominance area of solutions (S-CDAS). In S-CDAS, the algorithm self-controls dominance areas for each solution without the need of an external parameter. S-CDAS considers convergence and diversity and realizes a fine grained ranking that is different from conventional CDAS. In this work, we focus on combinatorial optimization and use many-objective 0/1 knapsack problems with $m = 4 \sim 10$ objectives to verify the search performance of the proposed method. Simulation results show that S-CDAS achieves well-balanced search performance on both convergence and diversity compared to conventional NSGA-II, CDAS, IBEA_{ε+} and MSOPS. In addition, the algorithm's behavior of S-CDAS is analyzed and discussed.

1. はじめに

多目的進化型アルゴリズム (Multi-objective Evolutionary Algorithm: MOEA) [Deb 01] の研究分野における関心は、4 目的以上の目的関数を同時に最適化する多数目的最適化問題 (Many-objective Optimization Problem: MaOP) の解法へと急速に移行している。これは、代表的な MOEA として知られる NSGA-II [Deb 00], SPEA2 [Zitzler 01] のようにパレート支配を用いて解の優劣を決定するアルゴリズムは、2, 3 目的問題で良好な解探索性能を示すが、目的関数の増加に伴って獲得されたパレート解集合 (Pareto-Optimal Solutions: POS) の最適なパレートフロントへの収束性が著しく低下するためである [Hughes 05, Aguirre 07]。すなわち、目的数が増加すると、解集団内の多くの解が互いに支配されない関係に

なり、解の優劣決定が困難になるため、親選択に十分な選択圧が得られない問題が生じる。

この問題を解決し、MaOP における MOEA の解探索能力を改善するために、近年様々なアプローチが検討されている。IBEA [Zitzler 04] は、パレート支配より細やかに解の優劣を決定可能な指標に基づいて適応度を算出する。これによってパレート支配だけでは優劣決定が難しい解の優劣を明確にし、従来よりも細やかな解のランキングに従って親個体を選択することが可能になる。MSOPS [Hughes 05] では、解が有する複数の評価値を多数の重みベクトルを用いてスカラー値化し、各重みベクトルにおける解のランキングを親選択に反映させる。IBEA と MSOPS は、連続空間の最小化問題において、目的数が増加した場合に従来の NSGA-II を著しく上回る解探索性能を示すことが報告されている [Wagner 07]。CDAS

(Controlling Dominance Area of Solutions) [Sato 07] はパレート支配の概念を拡張 (緩和) し, パラメータ S によって解の支配領域を制御することにより, 適切な解のランキングを実現する. MaOP においては, $S < 0.5$ によって解の支配領域を拡大し, 従来よりも精緻な解のランキングを促すことによって解探索性能が著しく改善することが確認されている [Sato 07]. しかしながら従来の CDAS 法は, 適切な支配領域の制御パラメータ S を実験的に見出さなければならない点や, $S < 0.5$ に設定した場合に解集団の収束性が改善する一方で多様性が低下する点に問題がある.

本論文では, このような観点から従来の CDAS 法が有する問題を解決して, MaOP において得られる POS の収束性と多様性のバランスが良い解探索能力を実現するために, CDAS の一改良法である S-CDAS (Self-Controlling Dominance Area of Solutions) を提案する [Sato 10, Sato 10-2]. 従来の CDAS 法はすべての解に対して同じパラメータ S を用いて支配領域の計算を行うのに対して, 提案法では, 外部パラメータを用いることなく支配領域を個体ごと適応的に決定する. この際, 各目的関数の最大値を持つ解を支配しないように支配領域を決定し, 解集団の多様性を維持しながら収束性が高い解を優先的に親として選択する. 提案法では, アルゴリズムが解の支配領域を自動的に自己制御するため, パラメータ S の設定が不要になる. 本論文では, S-CDAS 法の効果を検証するために 4 ~ 10 目的の多数目的 0/1 ナップザック問題を用いたシミュレーション実験を行い, S-CDAS と従来の NSGA-II, CDAS [Sato 07], IBEA [Zitzler 04], MSOPS [Hughes 05] の POS 解探索性能を比較するとともに, アルゴリズムの挙動を解析する.

2. 進化型アルゴリズムによる多目的最適化

2.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題 (MOP) における POS の最適化 (本論文では最大化を考慮) は, 以下の様に定義される.

$$\begin{cases} \text{Maximize} & \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \\ \text{subject to} & \mathbf{x} \in \mathcal{F} \end{cases} \quad (1)$$

m 種類の目的関数 $f_i (i = 1, 2, \dots, m)$ を含むベクトル評価関数 $\mathbf{f}$ について, 解空間 $\mathcal{S}$ の実行可能領域 $\mathcal{F} (\mathcal{F} \subseteq \mathcal{S})$ の中で目的関数 f_i の値を最大化する変数ベクトル $\mathbf{x}$ を見出す. このとき 2 つの解 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{F}$ の評価値について, 次式を満たすとき, 解 $\mathbf{x}$ は $\mathbf{y}$ を支配する ($\mathbf{f}(\mathbf{x}) \succeq \mathbf{f}(\mathbf{y})$) といい, 解 $\mathbf{x}$ が $\mathbf{y}$ を優越していることを示す.

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(\mathbf{x}) &\geq f_i(\mathbf{y}) \quad \wedge \\ \exists i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(\mathbf{x}) &> f_i(\mathbf{y}). \end{aligned} \quad (2)$$

また, ある解 $\mathbf{x}$ を支配する他の解が存在しないとき, 解 $\mathbf{x}$ を非劣解という. POS は, このような非劣解の集合と

して以下のように定義される.

$$POS = \{\mathbf{x} \in \mathcal{F} \mid \neg \exists \mathbf{y} \in \mathcal{F} : \mathbf{f}(\mathbf{y}) \succeq \mathbf{f}(\mathbf{x})\} \quad (3)$$

さらに, 目的関数間のトレードオフ関係を示すパレートフロントは次式で定義される.

$$Front = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in POS\}. \quad (4)$$

2.2 支配を用いる MOEA と多数目的最適化における問題点

進化型アルゴリズムによる多目的最適化は, これまで目的数が比較的少ない 2, 3 目的最適化について多数の検討が行われてきた. 代表的な MOEA として知られる NSGA-II [Deb 00] は, パレート支配によって解の優劣を決定する点に特徴がある. NSGA-II は, t 世代の親集団 $\mathcal{P}_t$ と子集団 $\mathcal{Q}_t$ を合わせた $\mathcal{P}_t \cup \mathcal{Q}_t$ について, 各個体を支配されないレベルでランク付けし, フロントと呼ばれるいくつかの階層に分類する. 上位フロントから順に集団の半数の個体を選び, 次世代の親集団 $\mathcal{P}_{t+1}$ とする. この際, 同一フロントに存在する解の優劣は, Crowding Distance (CD) と呼ばれる目的関数空間における解の混雑度を考慮して決定する.

しかし, MaOP に従来の NSGA-II を適用すると, 解集団中の多数の解が互いに支配されない解 (フロント 1 : $\mathcal{F}_1$) となり, パレート支配による解の優劣決定が困難になる. 解探索の初期段階で $\mathcal{F}_1$ に属する解の数が, 解集団の半分に当たる親集団サイズ $|\mathcal{P}_t|$ を超えてしまい, 以降の解探索は CD による解の優劣決定に強く依存するようになる. その結果, 獲得される POS は, 目的関数空間に広範に分布するが, 最適なパレートフロントへの収束性が不十分になる. この問題を解決するためには, $\mathcal{F}_1$ に属する互いに支配されない解に対して, より細かい解のランキングを行って MOEA の選択圧を向上させ, 最適なパレートフロントへの解集団の収束を促す必要がある.

3. 関連研究

前述の MaOP における MOEA の問題を解決し, 解の選択圧を改善するアプローチとして IBEA [Zitzler 04], MSOPS [Hughes 05], CDAS [Sato 07] などが提案され, MaOP における高い解探索性能が報告されている [Wagner 07, Sato 07-2]. 本節ではこれらの MOEA 法について紹介する.

3.1 指標に基づく解の優劣決定

IBEA (Indicator-Based Evolutionary Algorithms) は, 解集団のすべての解に対して式 (5) を用いて適応度 (F 値) を算出し, F 値の低い解の淘汰を繰り返すことによって親集団を選出する MOEA である [Zitzler 04]. この方法では, 適応度 $F(\mathbf{x})$ は注目解 $\mathbf{x}$ と解集団 $\mathcal{P}$ に含まれるす

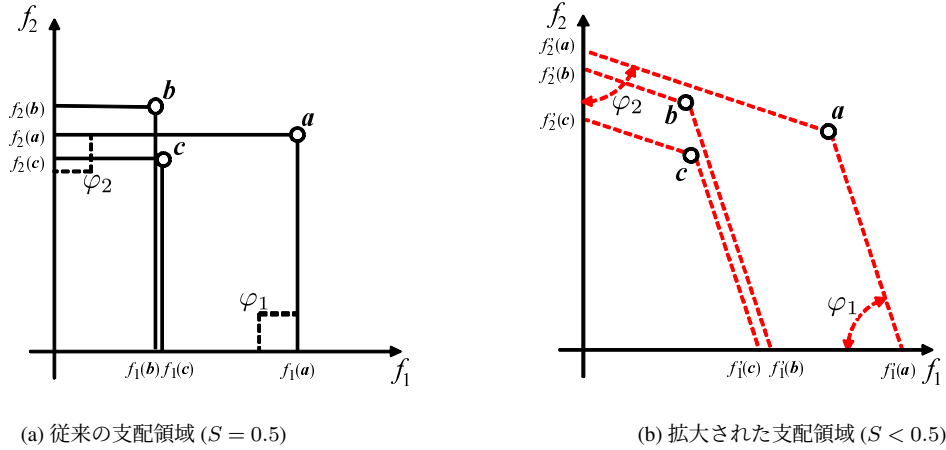


図1 従来の支配領域と CDAS によって拡大された支配領域

すべての解との指標 I に基づく関係から、次式によって算出する。

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in \mathcal{P} \setminus \{\mathbf{x}\}} -e^{-I(\mathbf{y}, \mathbf{x})/k} \quad (5)$$

指標 I は、二つの解の優劣を決定する関数で、文献 [Zitzler 04] では、2 つの方法が提案されている。最も基本的な IBEA $_{\epsilon+}$ では、指標 $I_{\epsilon+}$ 値を次式で算出する。

$$I_{\epsilon+}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \min_{\epsilon} \{f_i(\mathbf{y}) + \epsilon \geq f_i(\mathbf{x}) : i \in 1, \dots, m\} \quad (6)$$

すなわち、 $I_{\epsilon+}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$ は、解 $\mathbf{y}$ が解 $\mathbf{x}$ をパレート支配するために最小の m 次元超立方体の一辺の長さを表し、値が大きいくほど $\mathbf{x}$ は優れた解と判断される。このように、IBEA は従来のパレート支配だけでは優劣を付けることが難しかった解の優劣を明確に決定し、従来よりも細やかな解のランキングに従って親個体を選択する。

3.2 ベクトル評価値のスカラー化

異なる重みベクトルを持つ多数のスカラー化関数を用いて、解集団を最適なパレートフロントの方向へ進化させる手法として、MSOPS (Multiple Single Objective Pareto Sampling) が提案されている [Hughes 05]。MSOPS は、個体数 N の解集団と W 個の重みベクトルに対して、次式を用いて $N \times W$ 個のスコア値を計算し、スコア行列を構成する。

$$s = \min_{i=1}^m (w_i f_i(\mathbf{x})) \quad (7)$$

ここで、 w_i ($i = 1, 2, \dots, m$) は m 個の評価値を考慮する重みを示す。次に、スコア行列におけるすべての重みベクトルの列に対して、スコア値が高い順に $1 \sim N$ のランクを与える。具体的には、各重みベクトルに関して最も高いスコア値を示す解はランク 1、最も低いスコア値の解はランク N とする。さらに、スコア行列における各個体ごとのランク値を昇順にソートしたランク行列を

生成する。生成したランク行列を利用して、各重みベクトルにおいて高いランクを示す解から親個体を選択する。MSOPS は、連続空間の最小化問題において、目的数が増加した場合に従来の NSGA-II を著しく上回る解探索性能を示すことが報告されている [Hughes 05]。

3.3 解の支配領域制御 (CDAS)

MaOP において解のランキングを精緻にし、解の選択圧を高める目的から、パレート支配の概念を拡張 (緩和) する方法のひとつとして CDAS [Sato 07] が提案されている。ある解 $\mathbf{x}$ が与えられると、その評価値ベクトル $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ のノルム r と f_i 軸と $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ が作る角度 ω_i は一意に定まる。このとき、CDAS では $\mathbf{x}$ を f_i 軸に写像する角度 φ_i を変化させて $f_i(\mathbf{x})$ の値を $f'_i(\mathbf{x})$ に変更する。具体的には、 $\varphi_i = S_i \cdot \pi$ としてパラメータ S_i を変更することによって φ_i を制御し、次式を用いて $\mathbf{f}'(\mathbf{x})$ の各評価値を決定する。

$$f'_i(\mathbf{x}) = \frac{r(\mathbf{x}) \cdot \sin(\omega_i(\mathbf{x}) + S_i \cdot \pi)}{\sin(S_i \cdot \pi)} \quad (8)$$

$(i = 1, 2, \dots, m)$

変更した評価値ベクトル $\mathbf{f}'(\mathbf{x})$ により、任意の強さの解の支配関係を構築できる。文献 [Sato 07] では、全ての目的関数軸 f_i ($i = 1, 2, \dots, m$) に対して S_i を同値としたパラメータ S を用いて支配領域を制御している。 $S = 0.5$ のとき $f'_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x})$ となり評価値は変化せず、従来と同じ支配の強さとなる。 $S > 0.5$ とすると $f'_i(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{x})$ となり、解 $\mathbf{x}$ が支配する領域が狭まり従来よりも弱い支配を実現し、解のランキングは粗くなる。一方、 $S < 0.5$ とすると $f'_i(\mathbf{x}) > f_i(\mathbf{x})$ となり、解 $\mathbf{x}$ が支配する領域が広がり従来よりも強い支配を実現し、解のランキングは細くなる。

CDAS 法による支配領域の変化について、2 次元の目的関数空間に分布する解 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ 用いた例を図 1 に示す。図 1 (a) に示す従来の支配領域では、解 $\mathbf{a}$ は $\mathbf{c}$ を支配するが、 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$, $\mathbf{b}$ と $\mathbf{c}$ は互いに支配されない。 $S < 0.5$ を

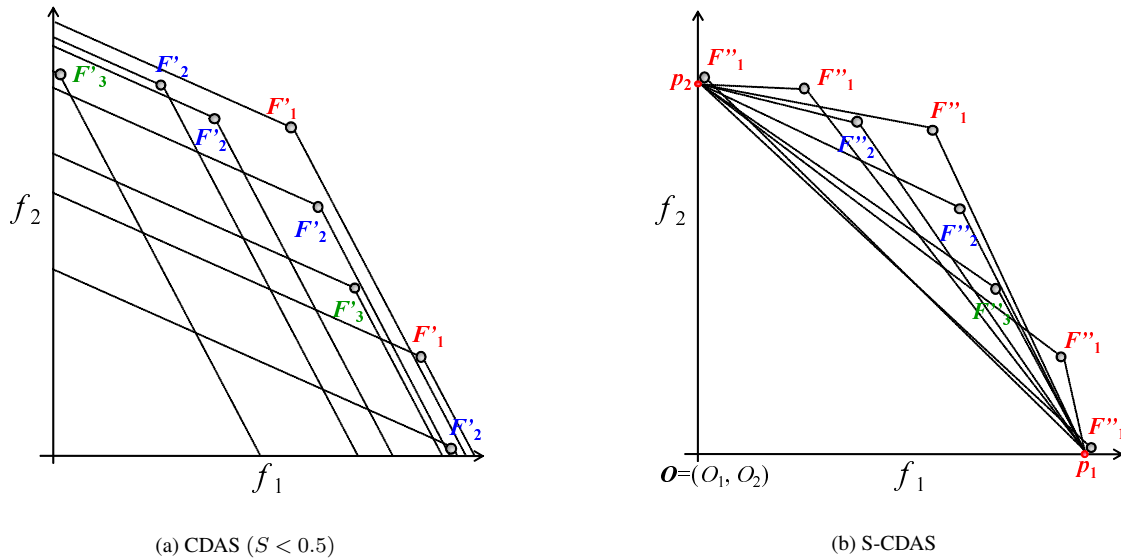


図2 CDAS [Sato 07] と S-CDAS によるフロント分類の違い

用いて目的関数値を変更すると、図 1 (b) に示すように支配領域が拡大し、解 a は b と c を支配し、 b は c を支配するようになる。このように、 $S < 0.5$ を用いて拡大された支配領域は、細やかな解のランキングを促し、パレート支配による解の選択圧を高めることができる。

角度を用いて解の支配領域を拡大し、解の選択圧を高める方法は文献 [Ikeda 01, Branke 01] においても議論されている。また、重み付けによって目的関数を変形し、最適化する関数の相関を増加させる方法 [Ishibuchi 07] も CDAS に類似したアプローチと考えられる。これらの検討に対して、CDAS [Sato 07, Sato 07-2] では、とくに MaOP における解探索能力について検証されてきた。

MaOP の解探索では支配する領域を拡大 ($S < 0.5$) し、従来よりも精緻な解のランキングを行った CDAS が解集団の収束性を向上させ、従来の NSGA-II よりも高い解探索性能を示すことが報告されている [Sato 07-2]。CDAS 法は、パレート支配を用いる従来の MOEA のフレームワークを利用しながら、MaOP における解探索能力を改善できるところに利点がある。しかしながら、解探索性能を改善する適切なパラメータ S を実験的に決定しなければならない。また $S < 0.5$ に設定した場合、獲得される POS の最適なパレートフロントへの収束性は改善されるが、広範囲なパレートフロントを近似するための多様性の高い解が、進化の過程で淘汰されやすくなる問題がある。

4. 提案 法

4.1 概 念

従来の CDAS 法が有する問題を解決し、MaOP において最適なパレートフロントに対する収束性と多様性のバランスが良い解探索能力を実現するために、本論文では CDAS の一改良法である S-CDAS を提案する。S-CDAS

は解の細やかなランキングを構築するために、NSGA-II によって分類されたフロントに属する解を再分類する。

従来の CDAS と S-CDAS による解のランキングの違いを示すために、例として NSGA-II によってフロント 1(F_1) に分類された解集団を、CDAS と S-CDAS によって再分類した場合のフロントを図 2 に示す。従来の CDAS ($S < 0.5$) を用いると、解集団は図 2 (a) に示すような F'_1 , F'_2 , F'_3 の 3 つのフロントに分類される。このとき、解の支配領域を決定する角度 φ が全ての解について等しいため、パレートフロントの中央部に位置する収束性が高い解は最上位フロント (F'_1) に分類されるが、各目的関数の最大値を持つ端に存在する解はこれらの解に支配されてしまう。そのため、従来の CDAS で $S < 0.5$ とすると、解集団の収束性が強調される一方で多様性が損なわれる。一方 S-CDAS では、各目的関数の最大値を有する解を支配しない範囲で支配領域を決定する。図 2 (b) に示すように、最大の目的関数値を持つ解を考慮して生成した基準ベクトル p_1 , p_2 と解を結ぶ角度によって解の支配領域が決定される。さらに支配領域を決定する角度は、解の目的関数空間における存在位置によって異なる。前述の解集団を S-CDAS によって再分類すると、図 2 (b) に示す F''_1 , F''_2 , F''_3 の 3 つのフロントが得られる。これより、S-CDAS では各目的関数の最大値を有する解が最上位フロント (F''_1) に分類されていることがわかる。すなわち、S-CDAS は広範に分布する解を最上位フロント F''_1 に維持しながら、収束性が高い解を上位フロントに選択することができる。

4.2 アルゴリズム

S-CDAS では、まず従来の NSGA-II [Deb 00] の手順に従ってフロントと CD を算出し、得られたフロント F_j ($j = 1, 2, \dots$) を以下の手順に従って再分類する。提

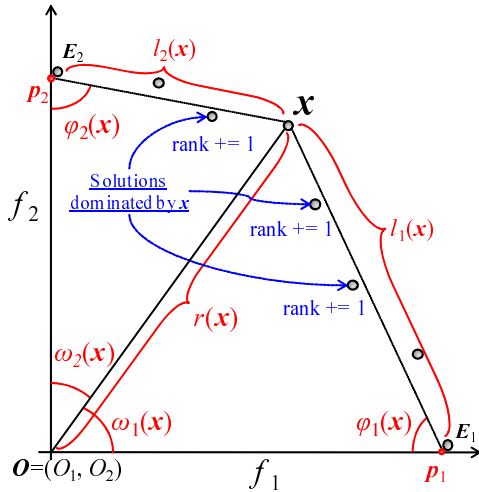


図3 S-CDASによる $\mathcal{F}_1$ に属する解の再分類

案法によるフロントの再分類の概念図を図3に示す。

Step1: 原点を $O = (O_1, O_2, \dots, O_m)$ に移動する。本論文では、フロント $\mathcal{F}_j$ における最小の目的関数値 $f_i^{\min}$ を用い、 $O_i = f_i^{\min} - \delta$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とする。ここで δ は小さい正の定数である。*1

Step2: 基準ベクトル $\mathcal{L} = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ を生成する。ここで $p_i = \{O_1, O_2, \dots, f_i^{\max} - \delta, \dots, O_m\}$ とし、 $f_i^{\max}$ は各目的関数の最大値を持つ解 $E_i \in \mathcal{F}_j$ の評価値である。

Step3: 全ての解 $x \in \mathcal{F}_j$ に対して以下を実行する。

Step3-1: 式(9)から $\varphi(x) = \{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x)\}$ を算出する。図3に示すように、 $\varphi_i(x)$ は、解 x と基準ベクトル p_i が、 f_i 軸との間に作る角である。 $\varphi(x)$ は、解 x が各目的関数の最大値を持つ解 E_i ($i = 1, 2, \dots, m$) を支配しない範囲で支配領域を決定する。

$$\varphi_i(x) = \sin^{-1} \left\{ \frac{r(x) \cdot \sin(\omega_i(x))}{l_i(x)} \right\} \quad (9)$$

($i = 1, 2, \dots, m$),

ここで、 $l_i(x)$ は解 x と基準ベクトル p_i のユークリッド距離である。

Step3-2: 全ての解 $y \in \mathcal{F}_j$ について、式(10)に基づいて評価値を変更する。

$$f'_i(y) = \frac{r(y) \cdot \sin(\omega_i(y) + \varphi_i(x))}{\sin(\varphi_i(x))} \quad (10)$$

($i = 1, 2, \dots, m$).

*1 各目的関数の最大値を有する解 E_i ($i = 1, 2, \dots, m$) を支配しない範囲で、可能な限り拡大した支配領域を用いて細やかな解のランキングを構築するために、 δ には小さな値を設定することが望ましい。多目的 0/1 ナップザック問題 [Zitzler 98] では、各評価値の変化の最小単位が 1 であるため、本論文では $\delta = 0.01$ に設定した。

Step3-3: 解 x と全ての解 $y \in \mathcal{F}_j$ の支配関係を算出し、 y が x に支配される場合、 y の rank 値を 1 増やす。

Step4: $\mathcal{F}_j$ に属する全ての解を rank 値に基づいて再分類する。rank 値が小さい順にフロントに分類し、rank 値が同じ解は同一フロントにする。

S-CDAS によってフロントを再分類した後は、従来の NSGA-II [Deb 00] と同様に、上位フロントから半数の個体を親集団 $\mathcal{P}_t$ として選び、フロントと CD に基づくトーナメント選択を利用して子集団 $\mathcal{Q}_t$ を生成する。

4.3 期待される効果

従来法と S-CDAS によるフロント分類の違いについて検証する。ここでは、 $[0, 1]$ の区間でランダムな $m = 2$ 個の評価値を与えた 100 個体を NSGA-II, CDAS, S-CDAS によって分類し、得られたフロントを評価値空間にプロットした結果を図4に示す。ただし、結果は 10^3 回試行した結果、上位 5 フロントに分類された全ての解をプロットした。図4(b)から、従来の CDAS ($S = 0.4$) はパレートフロントの中央部において収束性が高い解を上位フロントに選択するが、解集団に多様性をもたらす各目的関数の最大値を持つ解は下位フロントに分類されてしまう。一方図4(c)から、S-CDAS は従来の NSGA-II より収束性が高い解を優先的に上位フロントに分類していることがわかる。さらに図4(b)の CDAS のフロントと比較すると、S-CDAS は各目的関数の最大値を持つ解も上位フロントに選択している。これらの結果から、S-CDAS は解集団の多様性を維持しながら、収束性が高い解を上位フロントに分類する効果があるといえる。

5. 準備

本論文では、提案する S-CDAS の解探索性能を従来の NSGA-II, CDAS [Sato 07], IBEA_{ε+} [Zitzler 04], MSOPS [Hughes 05] と比較する。テスト問題として 0/1 多目的 ナップザック問題 [Zitzler 98] を取り上げ、目的数 $m = \{4, 6, 8, 10\}$ 、アイテム数 $n = \{100, 250, 500\}$ 、実行可能率 $\phi = 0.50$ の問題を文献 [Zitzler 98] と同様の方法で生成して利用した。遺伝的パラメータは、比較するすべてのアルゴリズムについて、解集団サイズ $N = 200$ (親集団と子集団はそれぞれ $|\mathcal{P}_t| = |\mathcal{Q}_t| = 100$)、世代数 $T = 2,000$ 、二点交叉 (交叉率 $P_c = 1.0$)、ビット反転突然変異 (変異率 $P_m = 1/n$) を用い、結果は 30 回の独立した試行の平均値で比較する。IBEA_{ε+} のパラメータ k は、文献 [Zitzler 04] に倣って 0.05 に設定した。MSOPS では、文献 [Wagner 07] に従い均一分布の重みベクトルを利用した。重みベクトル数 W は、4 目的のナップザック問題において $W = \{10, 50, 100, 150, 200\}$ を用いた場合の HV 値を算出し、最も高い HV 値を示した $W = 100$ を利用した。MOEA による解探索によって得られた POS の評価方

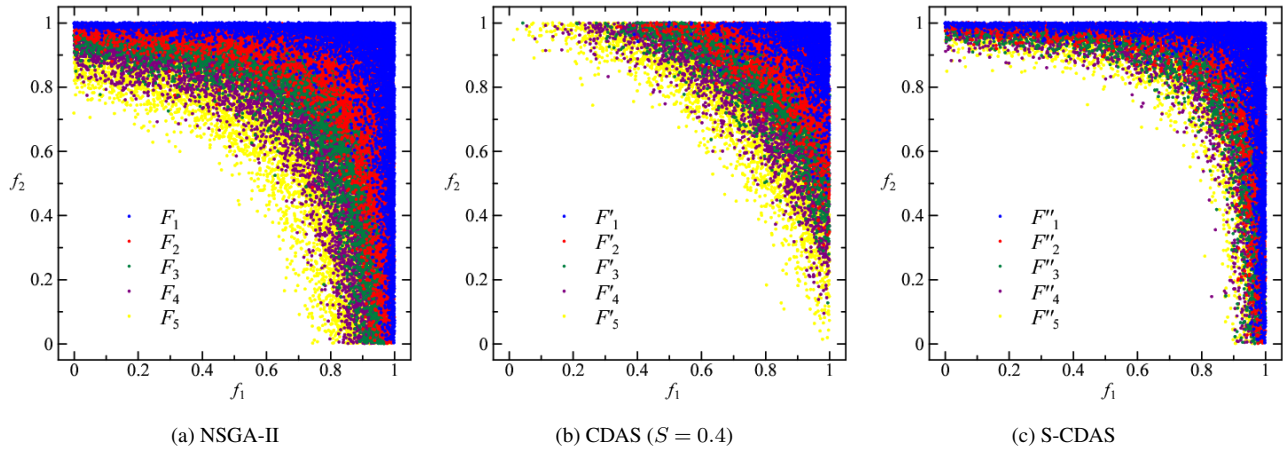
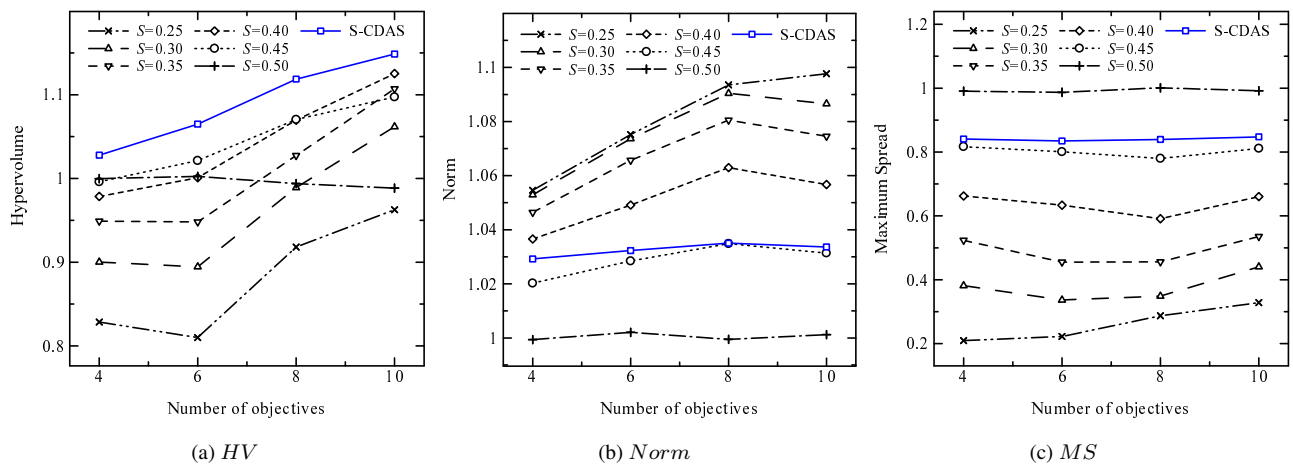


図4 目的関数空間におけるフロント分布の違い

図5 従来の CDAS [Sato 07] と S-CDAS の性能比較 ($n = 100$)

法として Hypervolume (HV) [Zitzler 99] を用いた。本論文では参照点を $\mathbf{r} = (0, 0, \dots, 0)$ とし、算出した HV 値が高いほど収束性と多様性の両面で良好な POS と判断する。 HV の算出アルゴリズムとして、Fonseca らが提案する方法 [Fonseca 06] を利用した。この方法は、目的関数の数 m が大きい場合において、 HV 算出の計算コストを著しく低減できる。次に、得られた POS の最適なパレートフロントへの収束性の評価尺度として、 $Norm$ を用いる [Sato 06]。 $Norm$ 値は、値が高いほど、最適なパレートフロントへの収束性が高い POS と判断する。さらに、得られた POS の分布の広がりを見る評価尺度として、Maximum Spread (MS) を用いる [Zitzler 99]。 MS 値が高い値を示すほど、広範なパレートフロントを近似可能な多様性の高い POS といえる。

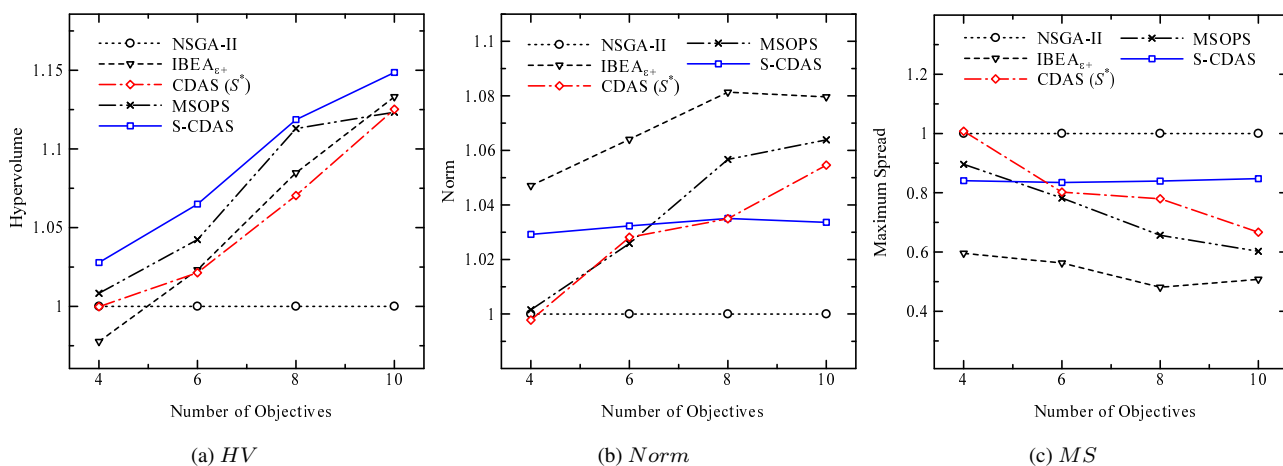
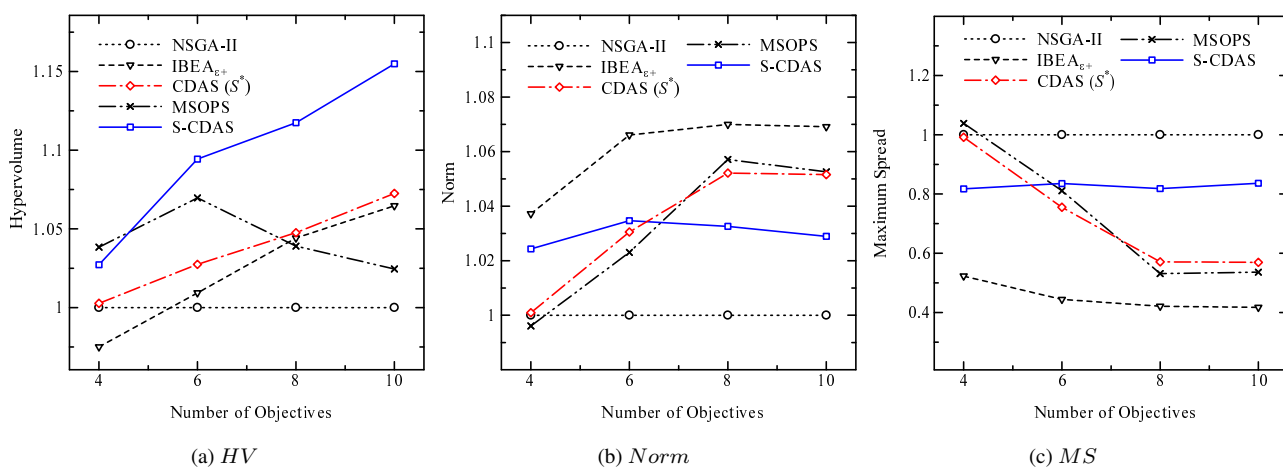
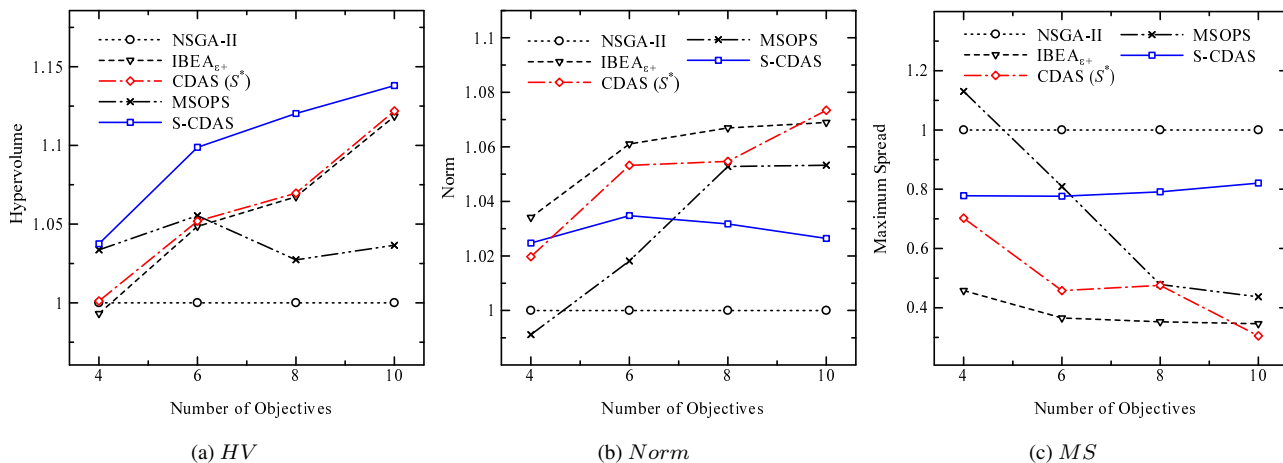
6. 解探索性能の検証と考察

6.1 従来の CDAS と S-CDAS の性能比較

まず、 $n = 100$ アイテムの問題において目的数 m を変化した場合の CDAS と S-CDAS の解探索性能について、総合評価として HV 、収束性の評価として $Norm$ 、多様性の評価として MS 値の変化を図 5 に示す。CDAS

法は $[0.25, 0.50]$ の範囲で S 値を変化させた結果をプロットした。ただし、NSGA-II [Deb 00] で得られた結果を 1.0 としてすべて正規化している。

図 5 (b) と (c) から、従来の CDAS は S 値の減少に伴って高い $Norm$ を示す一方で、 MS が低い値を示すようになる。すなわち、従来の CDAS は、 S を変化させることによって収束性および多様性のどちらを重視するかを制御できる。収束性と多様性はトレードオフの関係にあり、それぞれのバランスが良い場合に図 5 (a) に示す総合評価としての HV が高くなる。それぞれの目的数 $m = \{4, 6, 8, 10\}$ に対して、 HV を最大化するパラメータは $S^* = \{0.50, 0.45, 0.45, 0.40\}$ である。一方、S-CDAS は $S = 0.45$ の CDAS と同等以上の $Norm$ を示し、さらに MS も向上していることが見て取れる。すなわち、 $S = 0.45$ の CDAS と比較すると、S-CDAS は収束性と多様性の双方を同時に改善する方法といえる。その結果、図 5 (a) に示すように、S-CDAS はどの S を設定した CDAS よりも、 $m = \{4, 6, 8, 10\}$ 目的において総合評価としての HV が最も高い値を示すことわかる。

図6 従来の MOEA と S-CDAS の性能比較 ($n = 100$)図7 従来の MOEA と S-CDAS の性能比較 ($n = 250$)図8 従来の MOEA と S-CDAS の性能比較 ($n = 500$)

6.2 従来の MOEA と S-CDAS の性能比較

次に、目的数 m を変化させた場合の各アルゴリズムの HV , $Norm$, MS 値を比較した結果を図6に示す。ここで、CDASは最も高い HV 値を示す S^* を利用した場合の結果のみを示す。また、図5と同様にNSGA-IIで得られた結果を1.0としてすべて正規化している。

NSGA-IIは、 $m = \{6, 8, 10\}$ 目的問題で最も高い MS を示す一方で $Norm$ は最も低くなる。すなわち、MaOPに

おいてNSGA-IIによって獲得される解集団は、多様性が高いが収束性が乏しいといえる。その結果、 $m = \{6, 8, 10\}$ 問題において HV は低い値を示している。これは、目的数が増加するにつれて解集団の多くがフロント1と判断され、CDに強く依存した多様性の高い解が優先的に選択される解探索が行われた結果と考えられる。IBEA [Zitzler 04] は、POSの収束性が極めて高いが、多様性に乏しい解集団が獲得されるといえる。MSOPS [Hughes

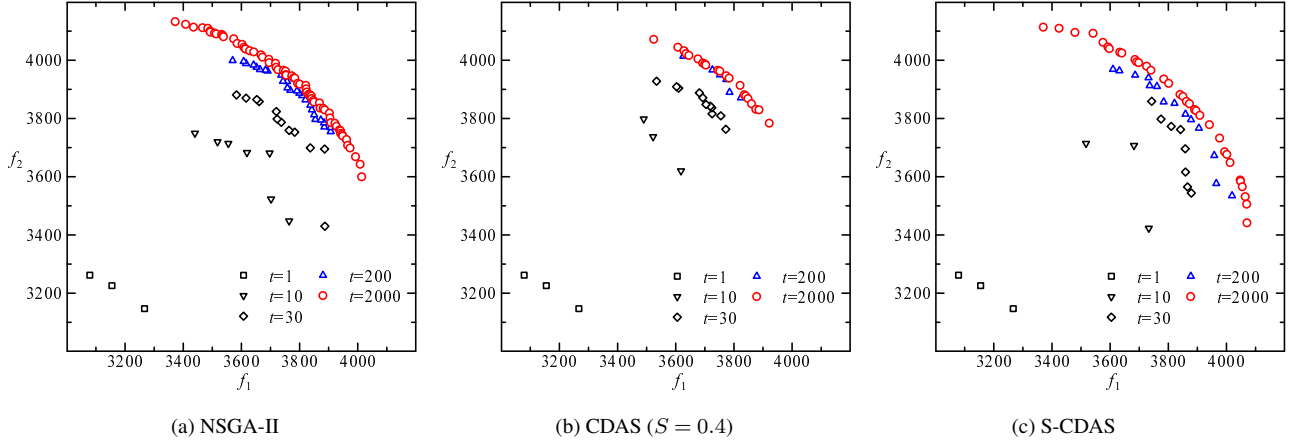


図9 $t = \{1, 10, 30, 200, 2000\}$ 世代における POS の推移 ($n = 100$)

05] は IBEA と比較して POS の収束性は低い、多様性の高い解が得られることがわかる。換言すると、MSOPS は得られた POS が示す収束性、多様性のバランスが良く、従来法の中で最も高い HV 値を示したと考えられる。一方 S-CDAS の $Norm$ と MS は NSGA-II より高い値を示す。提案法は、IBEA, MSOPS, 最適な S^* を用いた CDAS と比較すると、目的数が大きい $m \geq 8$ で $Norm$ 値が相対的に低くなるが、NSGA-II の次に高い MS を示すことがわかる。このように、S-CDAS では得られる POS の収束性と多様性のバランスが良い解探索が行われ、その結果 $m = 4 \sim 10$ において、今回比較した MOEA の中で最も高い HV を示したと考えられる。

次に、アイテム数を $n = \{250, 500\}$ とし、問題の解空間を 2^{250} , 2^{500} に拡大した場合の結果を図 7, 図 8 に示す。MS の結果から、解空間の増加に伴って IBEA $_{\epsilon+}$, CDAS, MSOPS によって得られる POS の多様性が低下することがわかる。とくに MSOPS は $m = \{6, 8\}$ の時に MS が著しく低下し、その結果、 $n = \{250, 500\}$ では HV が低くなる。一方 S-CDAS は、 $n = \{250, 500\}$ においても高い多様性を維持しながら収束性が改善しており、解空間が拡大した場合でも、最も高い HV 値を示すことが確かめられた。

7. アルゴリズムの挙動解析

7.1 2 目的問題における POS の挙動と特徴

まず、提案法によって得られる POS の挙動と特徴について解析する。提案法は多数目的最適化をターゲットにしているが、ここでは視覚的に提案法の特徴を示すために、2 目的問題を用いる。NSGA-II, CDAS ($S = 0.40$), S-CDAS によって得られた $t = \{1, 10, 30, 200, 2000\}$ 世代の POS を目的関数空間にプロットした図を図 9 に示す。ただし、ここではある 1 回の試行で得られた POS を示している。

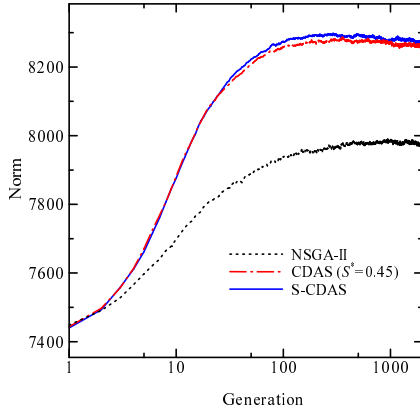
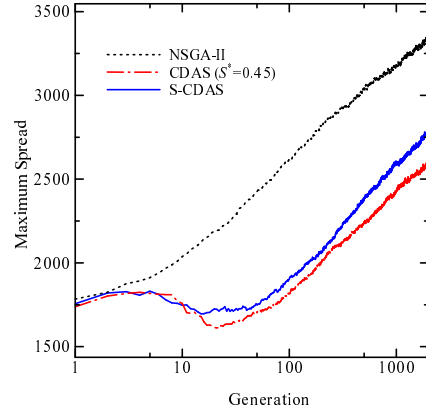
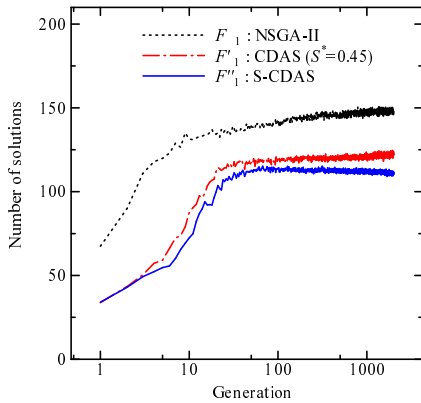
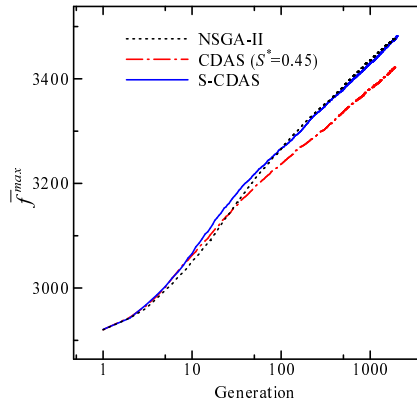
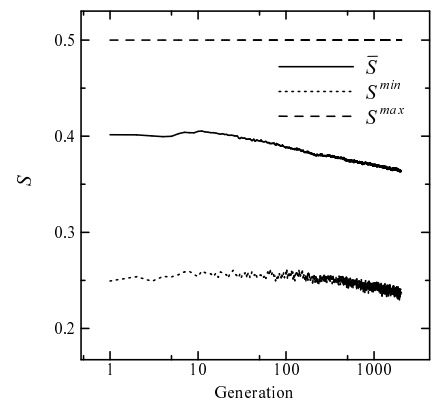
図 9 (a) と (b) から、 $S < 0.5$ に設定した CDAS の POS は目的関数空間の一部に偏って分布することがわかる。

NSGA-II は $t = 200$ から $t = 2000$ において POS の収束が進むが、CDAS は $t = 200$ と 2000 の POS がほとんど同じ位置に分布している。このことから、CDAS は NSGA-II よりも早い世代数で解集団が収束するといえる。また図 9 (c) から、S-CDAS は各目的関数の最大値を有する解を解集団中に維持しながら、収束性が高い一部の解を上位フロントに選択することにより、得られる POS は CDAS ($S = 0.40$) より広範に分布し、NSGA-II より解の分布の間隔が広くなることがわかる。

7.2 NSGA-II, CDAS, S-CDAS の世代的挙動解析

次に、NSGA-II, CDAS ($S^* = 0.45$), S-CDAS の挙動について解析する。まず、 $m = 8$ 目的問題における $Norm$ と MS の世代的推移をそれぞれ図 10, 図 11 に示す。NSGA-II は探索初期から MS 値が向上する一方で、 $Norm$ 値は CDAS と S-CDAS より早い世代で飽和する。これに対して CDAS ($S^* = 0.45$) と S-CDAS は、5 ~ 50 世代の間、 MS 値が低下する一方で $Norm$ が改善している。その後、 $Norm$ 値は飽和し、 MS 値が改善しはじめる。このように CDAS と S-CDAS は、探索初期に解集団の多様性を犠牲にして、最適なパレートフロントへの収束性を高めている。また S-CDAS は、 $Norm$ と MS の両方が CDAS より高い値で推移しており、解探索後半ほど MS の差が顕著になる。CDAS ($S^* = 0.45$) では、解探索中に遺伝的操作によって解集団の広がりを促す解が生成されても、親選択の過程で淘汰されてしまう可能性がある。これに対して、S-CDAS は各目的関数の最大値を有する解を必ず最上位フロントに維持できるため、解探索が進むほど S-CDAS と CDAS の MS の差が大きくなると考えられる。

次に、 $m = 8$ 目的問題における NSGA-II, CDAS ($S^* = 0.45$), S-CDAS の最上位フロントに属する個体数の世代的推移を図 12 に示す。この結果から、NSGA-II の最上位フロント $\mathcal{F}_1$ の解が解集団中に占める割合は、CDAS や S-CDAS と比較して著しく高いことがわかる。このように MaOP では、従来の NSGA-II による解集団のプロ

図 10 Norm の世代的推移 ($m = 8$)図 11 MS の世代的推移 ($m = 8$)図 12 最上位フロントに属する個体数の世代的推移 ($m = 8$)図 13 $\bar{f}^{max}$ の世代的推移 ($m = 8$)図 14 $\bar{S}, S^{max}, S^{min}$ の世代的推移 ($m = 8$)

ント分類が困難になり、図 6 (b) に示したように最適なパレートフロントへの解集団の収束性が著しく低下する。これに対して CDAS と S-CDAS は、解の支配領域制御によって最上位フロント (F'_1 と F''_1) に分類される解の数が抑制されることがわかる。精緻なフロント分類によって解の選択圧を高めた結果、図 6 (b) に示すように CDAS と S-CDAS は NSGA-II より収束性が改善する。

次に、各目的関数の最大値を有する解 $\mathbf{E}(i = 1, 2, \dots, m)$ の推移に着目する。各アルゴリズムに対して、次式で算出する各目的関数の最大値の平均値 $\bar{f}^{max}$ の世代的推移を図 13 に示す。

$$\bar{f}^{max} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{E}_i). \quad (11)$$

CDAS($S = 0.45$) の場合、拡大された支配領域によって各目的関数の最大値を有する解 $\mathbf{E}$ は支配され易くなる。その結果、解 $\mathbf{E}$ は親選択の過程で淘汰されやすくなるため、CDAS の $\bar{f}^{max}$ は世代進行に伴って NSGA-II より低い値を示すようになる。一方 S-CDAS は、従来の CDAS と同様に最上位フロントの解の数を抑制するが、各目的関数の最大値を有する解 $\mathbf{E}$ を F'_1 に必ず保持する仕組みがあるため、 $\bar{f}^{max}$ は NSGA-II と同等の高い値を示している。その結果、図 6 (c) で S-CDAS は CDAS

($S = 0.45$) より高い多様性を実現したといえる。

7.3 S-CDAS による支配領域の世代的変化

最後に、S-CDAS によって個体ごと適応的に決定される支配領域の世代的変化について示す。S-CDAS によって得られた各世代の最上位フロント F''_1 の解について、支配領域を決定する角 $\varphi_i (i = 1, 2, \dots, m)$ の平均値 $\bar{\varphi}$ を $\bar{S} (= \bar{\varphi}/\pi)$ の形式で示す。 $\bar{S}$ は次式から算出する。

$$\bar{S} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sum_{\mathbf{x} \in F''_1} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{x})}{|F''_1|} \quad (12)$$

$\bar{S} = 0.5$ ならば従来のパレート支配と平均して同等の支配の強さになり、 $\bar{S}$ 値が 0.5 より小さくなるにつれて平均して支配領域が拡大した強い支配関係が構築されたと考えられる。 $m = 8$ 目的問題における $\bar{S}$ の世代的推移を図 14 に示す。 F''_1 における最大値 S^{max} 、最小値 S^{min} もあわせてプロットした。この結果から、全世代を通じて S^{max} は 0.5 であることがわかる。CDAS 法において、 $S = 0.5$ は従来の NSGA-II と同じ支配領域を意味する。図 1 で示したように、 $S < 0.5$ にすることによって解の支配領域は拡大し、従来のパレート支配よりも細やかなランキングが構築される。S-CDAS の場合、解や目的関数ごとに支配領域は変化するが、 S^{max} が 0.5 で $\bar{S} < 0.5$ であ

るということは、大部分の解について $S_i < 0.5$ の支配領域が実現されたといえる。換言すれば、S-CDAS では解集団の多くの解について従来のパレート支配よりも拡大された支配領域が適用され、精緻なランキングに従ってフロントが再分類されたといえる。このように S-CDAS は、NSGA-II より細やかな解のランキングを実現し、CDAS より高く NSGA-II と同等の高い $\bar{f}^{max}$ を維持できることが確かめられた。

8. ま と め

本論文では、従来の CDAS 法が有する問題を解決し、MaOP における MOEA の解探索性能をさらに改善することを目的として S-CDAS 法を提案した。提案法は、各目的関数の最大値を持つ解を支配しない範囲で、全ての解の支配領域を適応的に決定する。これにより、解集団の多様性を維持しながら収束性が高い解を親として選択すると同時に、支配領域の制御パラメータ S の設定が不要になる。 $m = 4 \sim 10$ の多数目的ナップザック問題を用いた性能検証の結果、提案法は $S = 0.45$ に設定した CDAS と比較して、得られる POS の収束性と多様性を同時に改善する解探索を実現できることがわかった。これにより、S-CDAS はいずれの S に設定した CDAS よりも高い HV 値を示すことが確かめられた。さらに、 $m = 4 \sim 10$ 目的問題において、S-CDAS は NSGA-II、IBEA、MSOPS の中で最も高い HV 値を示し、解集団の収束性と多様性のバランスが良い解探索を実現できることがわかった。またアルゴリズムの挙動解析の結果、S-CDAS は、最上位フロントの解の数を抑制してフロントによる解の選択圧を高めるとともに、各目的関数の最大値を有する解を最上位フロントに必ず保持する仕組みがあるため、収束性を損なわずに、高い多様性を有する解集団が獲得されることが確かめられた。また、支配領域の世代的变化について解析した結果、S-CDAS は全ての解について従来のパレート支配よりも拡大された支配領域が適用され、精緻なランキングに従ってフロントが再分類されることが確かめられた。

今後の課題として、問題の実行可能性が変化した場合の解探索性能の検証、連続空間の多数目的最適化問題における性能検証などが挙げられる。

◇ 参 考 文 献 ◇

[Aguirre 07] H. Aguirre and K. Tanaka, "Working Principles, Behavior, and Performance of MOEAs on MNK-Landscapes", *European*

Journal of Operational Research, Vol. 181, Issue 3, pp.1670-1690, 2007.

[Branke 01] J. Branke, T. Kausler and H. Schmeck, "Guidance in evolutionary multi-objective optimization", *Advances in Engineering Software*, Vol.32, pp. 499-507, 2001.

[Deb 00] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap and T. Meyarivan, "A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II", *KanGAL report 200001*, 2000.

[Deb 01] K. Deb, *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, John Wiley & Sons, 2001.

[Fonseca 06] C. Fonseca, L. Paquete, and M. López-Ibáñez, "An Improved Dimension-sweep Algorithm for the Hypervolume Indicator", *Proc. 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp.1157-1163, 2006.

[Hughes 05] E. J. Hughes, "Evolutionary Many-Objective Optimisation: Many Once or One Many?", *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2005)*, pp.222-227, Sep. 2005.

[Ikeda 01] K. Ikeda, H. Kita and S. Kobayashi, "Failure of Pareto-based MOEAs: Does non-dominated really mean near to optimal?", *Proc. of 2001 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 957-962, 2001.

[Ishibuchi 07] H. Ishibuchi and Y. Nojima, "Optimization of scalarizing functions through evolutionary multiobjective optimization", *Proc. 4th Intl. Conf. Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2007)*, LNCS, Vol.4403, pp. 51-65, 2007.

[Sato 06] M. Sato, H. Aguirre, K. Tanaka, "Effects of δ -Similar Elimination and Controlled Elitism in the NSGA-II Multiobjective Evolutionary Algorithm", *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2006)*, pp. 3980-398, 2006.

[Sato 07] H. Sato, H. Aguirre and K. Tanaka, "Controlling Dominance Area of Solutions and Its Impact on the Performance of MOEAs", *Proc. 4th Intl. Conf. Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2007)*, LNCS, Vol.4403, pp.5-20, 2007

[Sato 07-2] H. Sato, H. Aguirre and K. Tanaka, "Effect of Controlling Dominance Area of Solutions in MOEAs on Convex Problems with Many Objectives", *Proc. 7th Intl. Conf. on Optimization: Techniques and Applications (ICOTA7)*, in CD-ROM, 2007.

[Sato 10] 佐藤 寛之, エルナン・アギレ, 田中 清, "解の支配領域を自己制御可能な CDAS 法に関する一検討", 人工知能学会 第4回進化計算フロンティア研究会, pp.125-132, 2010

[Sato 10-2] H. Sato, H. Aguirre and K. Tanaka, "Self-Controlling Dominance Area of Solutions in Evolutionary Many-objective Optimization", *Proc. 8th International Conference on Simulated Evolution and Learning (SEAL2010)*, LNCS, Vol.6457, to appear.

[Wagner 07] T. Wagner, N. Beume and B. Naujoks, "Pareto-, Aggregation-, and Indicator-Based Methods in Many-Objective Optimization", *Proc. 4th Intl. Conf. on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO2007)*, pp.742-756, 2007.

[Zitzler 01] E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele: "SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm", *TIK-Report*, No.103, 2001.

[Zitzler 04] E. Zitzler, S. Kunzili, "Indicator-Based Selection in Multiobjective Search", *Proc. 8th Intl. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN-VIII)*, LNCS, Vol.3242, pp.832-842, 2004.

[Zitzler 98] E. Zitzler and L. Thiele, "Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - a comparative case study", *Proc. 5th Intl. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN-V)*, LNCS, Vol.1498, pp.292-304, 1998.

[Zitzler 99] E. Zitzler, *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*, PhD thesis, Swiss Federal

Institute of Technology, Zurich, 1999.

〔担当委員：村田 忠彦〕

2010 年 8 月 6 日 受理

著 者 紹 介



佐藤 寛之(一般会員)

平成 15 年信州大学工学部電気電子工学科卒業。平成 17 年同大学大学院工学系研究科電気電子工学専攻博士前期課程修了。平成 21 年同大学大学院総合工学系研究科システム開発工学専攻博士課程修了。平成 21 年電気通信大学電気通信学部人間コミュニケーション学科助教、平成 22 年電気通信大学情報理工学部総合情報学科助教、現在に至る。工学博士。進化型アルゴリズムを用いた多目的最適化と応用に関する研究に従事。IEEE、電子情報通信学会、情報処理学会、進化計算学会会員。



エルナン アギレ(一般会員)

平成 2 年エクアドル国立工科大学コンピュータシステム情報学科卒業。平成 12 年信州大学大学院工学系研究科博士前期課程電気電子工学専攻修了。平成 15 年信州大学大学院工学系研究科博士後期課程システム開発工学専攻修了。平成 17 年信州大学工学部情報工学科助教。平成 19 年信州大学ファイバーナノテク国際若手研究者拠点事業助教、現在に至る。工学博士。進化型アルゴリズム、計算知能、並列計算、情報セキュリティやこれらの応用に関する研究に従事。IEEE、ACM-SIGEVO、情報処理学会、進化計算学会会員。



田中 清(一般会員)

昭和 59 年防衛大学校電気工学科卒業。平成元年防衛大学校理工学研究科オペレーションズリサーチ専攻修了。平成 4 年防衛大学校情報工学科助手。平成 7 年信州大学工学部電気電子工学科助教授。平成 18 年信州大学工学部電気電子工学科教授、現在に至る。画像・映像処理、電子透かし、進化型計算法、情報セキュリティ、カオス・フラクタルやこれらの応用に関する研究に従事。工学博士。IEEE、電子情報通信学会、情報処理学会、画像電子学会、進化計算学会会員。画像電子学会編集副委員長。